

【 50 】

氏名	高橋 秀雄
授与した学位	博士
専攻分野の名称	理学
学位授与番号	博 乙 第 3342号
学位授与の日付	平成11年3月25日
学位授与の要件	博士の学位論文提出者 (学位規則第4条第2項該当)
学位論文の題目	Homotopy types and Homotopy classes of Self maps (ホモトピー型と自身への写像のホモトピー類)
論文審査委員	教授 三村 護 教授 藤井 道一 教授 酒井 隆

学 位 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は位相幾何学における中心的課題とも言える、位相空間のホモトピー型の分類とそれら位相空間の間の連続写像のホモトピー類の分類を目的として解析したものである。位相幾何学においては、このような問題に対して様々な道具を開発してきたが、空間としては比較的簡単な球面の間の連続写像のホモトピー類の分類であっても未だ完全には解明されてはいない。ここでは位相空間として比較的胞体の数の少ない有限複体を取り上げてみた。論文の前半はある種の一群の複体のホモトピー型の分類を扱い、後半では主としてある複体の懸垂の自身への連続写像のホモトピー類の作る集合の代数的構造を追求してみた。複体の懸垂の自身への連続写像のホモトピー類の作る集合には、空間の $co-H$ 空間としての構造から引き起こされる群構造と、写像の合成から引き起こされる演算とがあって興味深い。論文において、これらの構造について解明した。

論文審査結果の要旨

本論文は、位相幾何学における中心的課題ともいえる位相空間のホモトピー型の分類とそれら位相空間の間の連続写像のホモトピー類の集合の分類を目的として研究したものである。論文の前半では、連続写像の写像度による3個の胞体からなる空間のホモトピー型の特徴付け、あるいは有理ホモロジー球面となるような連結度の高いPoincaré複体の分類を試みている。後半では、いろいろな射影空間の自己写像のホモトピー類の作る集合とその懸垂について調べている。射影空間は位相幾何学においては、様々なところで出会う空間であり、分類理論やモデル空間として調べるべき対象として重要なものである。自己写像のホモトピー類の作る集合は、写像の合成という演算をもつが、一般には位相空間の間の連続写像のホモトピー類は必ずしも代数的構造を持つわけではない。複体の懸垂の自己写像を考えると、自己写像のホモトピー類の作る集合は、空間のco-H空間としての構造から引き起こされる演算と、写像の合成から引き起こされる演算、との2種類の演算があり、いわば代数における環のような構造を持ち興味深い。本論文では、特に四元数射影空間の場合について、これらの代数的構造を追求し、次元が3以上の四元数射影空間の場合は非可換となることを証明している。そして生成元の特徴付け、写像の合成法則、特に分配則、またホモロジー群やホモトピー群の上でどのように振る舞うかといったことも余さず解明し、さらに、いくつかの比較例をも構成している。

このように本論文における様々な計算結果は位相幾何学の研究に寄与するところ大であり、高く評価できる。よって、本論文は博士(理学)の論文に値するものと認める。